Prezados concursandos!

Meu nome é ***Profº Waldomário Melo*** e gostaria de externar a todos a grande satisfação de poder estar tendo esta oportunidade, muito gentilmente proporcionada pela Direção do ***Curso Hertz***, a qual faço parte, de nesta reta final de preparação para diversas provas, apresentar-lhes a resolução, comentários e dicas sobre a resolução da ***PROVA DE MATEMÁTICA DO CIABA 2011***, de forma inédita em Belém.

Agradeço primeiramente a Deus, a minha família e a diversos parceiros.

Meus queridos, sem mais delongas, passemos aos comentários.

PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO ÀS ESCOLAS DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS DA MARINHA MERCANTE – EFOMM 2011 - Prova VERDE (Matemática)

01. RESPOSTA: E

01. Se $a=\sqrt[4]{3}$, $b=\frac{61}{50}$ e $c=1,2222222...$, assinale a opção correta.

a) a < c < b b) a < b < c c) c < a < b
d) b < a < c e) b < c < a

TÓPICO: OPERAÇÕES NUMÉRICAS
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO HERTZ:

$$a=\sqrt[4]{3}=\sqrt{\sqrt{3}}=\sqrt{1{,}73}>1{,}3\ \ (\sqrt{1{,}69}=1{,}3)$$
$$b=\frac{61}{50}=1{,}22$$
$$c=1{,}2222222...$$
$$Logo: b<c<a$$

02. RESPOSTA: C

02. Sabendo-se que f(0) = 3 e f(n + 1) = f(n) + 7, então f(201) é igual a:

a) 1206 b) 1307 c) 1410 d) 1510 e) 1606

TÓPICO: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:
f(0) = 3

f(n + 1) = f(n) + 7
f(0 + 1) = f(0) + 7
f(1) = 3 + 7 = 10

f(n + 1) = f(n) + 7
f(1 + 1) = f(1) + 7
f(2) = 10 + 7 = 17

f(n + 1) = f(n) + 7
f(2 + 1) = f(2) + 7
f(3) = 17 + 7 = 24

Seqüência: 3, 10, 17, 24, ... (PA)
a_1 = 3
n = 202 termos
a_{202} = ?
r = 7 (razão)
$a_{202} = a_1 + 201r$
a_{202} = 3 + 201.(7) = 1410

03. RESPOSTA: D

03. Seja a função f : Z → Q (sendo Z o conjunto dos números inteiros e Q o conjunto dos números racionais) com a seguinte propriedade definida por $f(x-1)+1=\frac{f(x-1)-1}{f(x)}$. Sabendo-se que f(0) = 4, o valor de f(1007) é igual a:

a) – 1 b) 4 c) -1/4 d) -5/3 e) 5

TÓPICO: LEI DE FORMAÇÃO
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:

$$f(x-1)+1=\frac{f(x-1)-1}{f(x)}$$
Isolando :
$$f(x)=\frac{f(x-1)-1}{f(x-1)-1}$$
$$f(0)=4$$
$$f(1)=\frac{f(1-1)-1}{f(1-1)+1}=\frac{f(0)-1}{f(0)+1}=\frac{4-1}{4+1}=\frac{3}{5}$$
$$f(2)=\frac{f(2-1)-1}{f(2-1)+1}=\frac{f(1)-1}{f(1)+1}=\frac{\frac{3}{5}-1}{\frac{3}{5}+1}=-\frac{1}{4}$$
$$f(3)=\frac{f(3-1)-1}{f(3-1)+1}=\frac{f(2)-1}{f(2)+1}=\frac{-\frac{1}{4}-1}{-\frac{1}{4}+1}=-\frac{5}{3}$$
$$f(4)=\frac{f(4-1)-1}{f(4-1)+1}=\frac{f(3)-1}{f(3)+1}=\frac{-\frac{5}{3}-1}{-\frac{5}{3}+1}=4$$

$$\begin{array}{r|l} 1007 & 4 \\ \hline 3 & 251 \end{array}$$

$$f(1007)=f(3)=-\frac{5}{3}$$

04. RESPOSTA: E

Um carro percorre 240km com o desempenho de 12km por litro de gasolina. Ao utilizar álcool como combustível, o desempenho passa a ser de 8km por litro de álcool. Sabendo que o litro de gasolina custa R$ 2,70, qual deve ser o preço do litro de álcool para que o gasto ao percorrer a mesma distância seja igual ao gasto que se tem ao utilizar gasolina como combustível?

a) R$ 1,60 b) R$ 1,65 c) R$ 1,72 d) R$ 1,75 e) R$ 1,80

TÓPICO: PROPORÇÃO
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:

$$\begin{array}{ll} 1\ell & 12Km \\ G & 240Km \end{array} \rightarrow G=20\ell\times 2{,}70=R\$54{,}00$$
$$\begin{array}{ll} 1\ell & 8Km \\ A & 240Km \end{array} \rightarrow A=30\ell$$
$$30V=54$$
$$V=R\$1{,}80$$

05. RESPOSTA A

05. Seja uma pirâmide quadrangular regular com arestas iguais a 2cm. No centro da base da pirâmide, está centrada uma semiesfera que tangencia as arestas da pirâmide. Existe uma esfera de maior raio, que está apoiada externamente em uma face lateral da pirâmide e tangencia internamente a superfície curva da semiesfera. Essa esfera possui volume, em cm^3, igual a:

a) $\pi\dfrac{27-11\sqrt{6}}{54}$ b) $\pi\dfrac{\sqrt{3}}{24}$ c) $\pi\dfrac{4\sqrt{3}}{24}$

d) $\pi\dfrac{108-44\sqrt{6}}{27}$ e) $\pi\dfrac{2}{3}$

TÓPICO: GEOMETRIA ESPACIAL
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:

06. RESPOSTA B

06. A circunferência de equação $\left(x-\sqrt{4+2\sqrt{2}}\right)^2+\left(y-(1+\sqrt{2}\right)^2=4+2\sqrt{2}$ intercepta o eixo das abscissas em dois pontos A e B. Sabendo que o segmento AB é lado de um polígono regular convexo que possui centro coincidente com o centro da circunferência, calcule o perímetro desse polígono.

a) 24 b) 16 c) 15 d) $6(\sqrt{2}+1)$ e) $6(\sqrt{2}+2)$

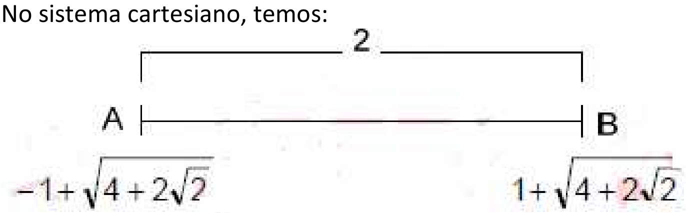
TÓPICO: GEOMETRIA ANALÍTICA e GEOMETRIA PLANA
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:
A(x_A, 0)
B (x_B, 0)

$$\left(x-\sqrt{4+2\sqrt{2}}\right)^2+\left(0-(1+\sqrt{2}\right)^2=4+2\sqrt{2}$$

$$x_A=-1+\sqrt{4+2\sqrt{2}}$$

$$x_B=1+\sqrt{4+2\sqrt{2}}$$

No sistema cartesiano, temos:



AB = $(1+\sqrt{4+2\sqrt{2}})-(-1+\sqrt{4+2\sqrt{2}})=2$

Cálculo do Raio (R) pela equação reduzida:

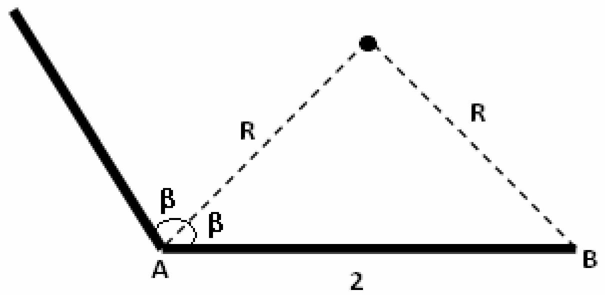
$$\left(x-\sqrt{4+2\sqrt{2}}\right)^2+\left(y-(1+\sqrt{2}\right)^2=4+2\sqrt{2}$$

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

$$R^2=4+2\sqrt{2}$$

$$R=\sqrt{4+2\sqrt{2}}$$

Pelo gráfico, temos:



Pela Lei dos Cossenos:
$R^2 = R^2 + 2^2 – 2.R.2.\cos\beta$

$$\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}\rightarrow\cos^2\beta=\frac{1}{4+2\sqrt{2}}$$

$$sen^2\beta=1-\cos^2\beta$$

$$sen^2\beta=1-\frac{1}{4+2\sqrt{2}}\rightarrow sen^2\beta=\frac{3+2\sqrt{2}}{4+2\sqrt{2}}$$

$$co2\beta=\cos^2\beta-sen^2\beta$$

Logo: $\cos 2\beta=\dfrac{1}{4+2\sqrt{2}}-\left(\dfrac{3+2\sqrt{2}}{4+2\sqrt{2}}\right)$

$$\cos 2\beta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2\beta=\frac{3\pi}{4}(\hat{a}ngulo\ \ interno)$$

Como o polígono é regular temos como ângulo interno:

$$ai=\frac{Si}{n}$$

$$\frac{3\pi}{4}=\frac{(n-2).\pi}{n}$$

$$n=8lados(oct\acute{o}gono)$$

$Logo:$

$Per\acute{i}metro:\mathrm{P}=8\ell=8\times2=16$

07. RESPOSTA B

07. Se a sequência de inteiros positivos (2, x, y) é uma Progressão Geométrica e (x + 1, y, 11) uma Progressão Aritmética, então, o valor de x + y é:

a) 11 b) 12 c) 13 d) 14 e) 15

TÓPICO: PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA) e GEOMÉTRICA (PG)
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática
RESOLUÇÃO:
- PG (2, x, y)
x^2 = 2y (I)
- PA (x + 1, y, 11)

$$y=\frac{x+1+11}{2}$$

$$y=\frac{x+12}{2}(II)$$

Resolvendo o sistema, temos:
X = 4 e y = 8. Logo: x + y = 12.

08. RESPOSTA E

08. Dada a equação $x^2 + y^2 – 4x + 10y + 25 = 0$, assinale a opção que apresenta a distância do centro da curva à origem do sistema de coordenadas.

a) 5 b) 6 c) 8 d) $\sqrt{24}$ e) $\sqrt{29}$

TÓPICO: Geometria Analítica
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

RESOLUÇÃO:

$x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$

$-2a = -4 \rightarrow a = 2$

$-2b = 10 \rightarrow b = -5$

Centro C(a, b) = (2, -5)

Origem (0, 0)

$$d = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$d = \sqrt{(0-2)^2 + [0-(-5)]^2}$$

$$d = \sqrt{4+25}$$

$$d = \sqrt{29}$$

09. RESPOSTA C

09. Analise a função a seguir: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 3p-5, & x = 2 \end{cases}$. Para que a função acima seja contínua no ponto x = 2, qual deverá ser o valor de p?

a) 1/3 b) 1 c) 3 d) – 1 e) – 3

TÓPICO: FUNÇÃO

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

RESOLUÇÃO:

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{x^2-2^2}{x-2} = \frac{(x+2).(x-2)}{(x-2)} = x+2$$

$$f(x) = x+2$$

$$f(2) = 2+2 = 4$$

$$3p - 5 = 4$$

$$p = 3$$

10. RESPOSTA E

10. Sejam A, B e C matrizes de ordem 3 x 3 inversíveis tais que $\det A^{-1} = 3$ e $\det\left((AB)^{-1} + \frac{1}{2}I\right) = 4$. . Sabendo-se que *I* é a matriz identidade de ordem 3, tal que $I = -3C^{-1}(2B^{-1} + A)^T$, o determinante de C é igual a:

a) - 8/3 b) - 32/3 c) – 9 d) – 54 e) – 288

TÓPICO: MATRIZ e DETERMINANTE

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$$(2B^{-1} + A)^T = \left[\left(B^{-1}.A^{-1} + \frac{1}{2}I\right).2A\right]^T$$

$$\det(2B^{-1} + A)^T = \det\left[\left(B^{-1}.A^{-1} + \frac{1}{2}I\right).2A\right]^T$$

Teorema de Binet

$$\det(2B^{-1} + A)^T = \det\left(B^{-1}.A^{-1} + \frac{1}{2}I\right).\det(2A)$$

$$\det(2B^{-1} + A)^T = 4 \times 2^3.\det A = 4 \times 2^3 \times \frac{1}{\det A^{-1}} = 4 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{32}{3}$$

Pela equação:

$I = -3C^{-1}(2B^{-1} + A)^T$

$$\det I = \det\left[-3C^{-1}.(2B^{-1} + A)^T\right]$$

$$1 = (-3)^3.\det C^{-1}.\det(2B^{-1} + A)^T$$

$$1 = (-27).\frac{1}{\det C}.\frac{32}{3}$$

$$\det C = -288$$

11. RESPOSTA D

A divisão de um polinômio P(x) por (x – 4) deixa resto 3, por (x + 1) deixa resto 8 e por (x – 2) deixa resto – 1. O resto da divisão de P(x) pelo produto (x – 4)·(x + 1)·(x – 2) tem como soma dos coeficientes:

a) – 24 b) 9 c) – 3 d) 0 e) - 4

TÓPICO: POLINÔMIOS

g(resto) < g(divisor)

g(2) < g(3)

p(x) = (x – 4).q1(x) + 3

p(x) = (x + 1).q2(x) + 8

p(x) = (x – 2).q3(x) – 1

p(x) = (x – 4).(x + 1).(x – 2).q4(x) + (ax^2 + bx + c)

p(4) = 3

(4 – 4).(4 + 1).(4 – 2).q_4(x) + a$(4)^2$ + b(4) + c = 3

16a + 4b + c = 3

p(-1) = 8

(1 – 4).(-1 + 1).(1 – 2).q_4(x) + a$(-1)^2$ + b(-1) + c = 8

a - b + c = 8

p(2) = -1

(2 – 4).(2 + 1).(2 – 2).q_4(x) + a$(2)^2$ + b(2) + c = -1

4a + 2b + c = -1

Resolvendo o sistema:

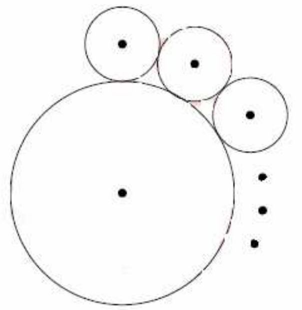
$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 3 \\ a - b + c = 8 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$$

$a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$

$a + b + c = (1) + (-4) + (3) = 0$

12. RESPOSTA A

12. Analise a figura a seguir.

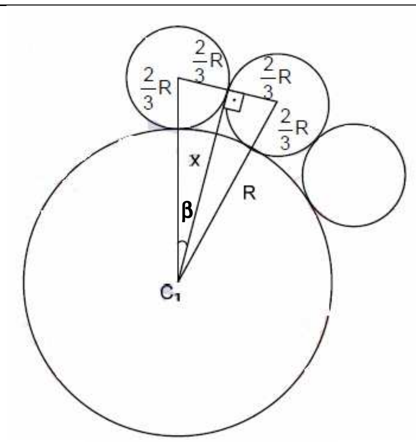


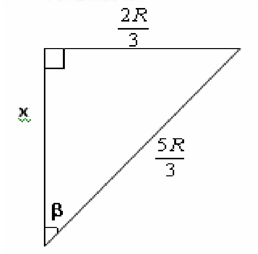
Seja o círculo C1 de raio R, onde estão dispostos n círculos tangentes exteriores a C1, todos com raios iguais a 2R/3, como mostra a figura acima. Assinale a opção que apresenta o valor máximo de n. Dado: $arc\cos\frac{\sqrt{21}}{5} \approx 0{,}41 rad$.

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

TÓPICO: GEOMETRIA PLANA

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática





Por Teorema de Pitágoras, temos:

$$\left(\frac{5R}{3}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{2R}{3}\right)^2$$

$$x = \frac{R\sqrt{21}}{3}$$

$$\cos\beta = \frac{x}{\frac{5R}{3}} = \frac{\frac{R\sqrt{21}}{3}}{\frac{5R}{3}} \rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{21}}{5} \rightarrow \beta = arc\cos\frac{\sqrt{21}}{5} \rightarrow \beta = 0{,}41rd$$

Pela Regra de Três, temos:

$0{,}41rd \quad 0{,}5$ circunferência

2πrd $\quad$ n

$n \approx 7{,}66$

$n = 7$ circunferências

13. RESPOSTA C

13. Seja um container, no formato de um paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c, a maior distância entre dois vértices do paralelepípedo é igual a $6\sqrt{5}m$. É correto afirmar que metade de sua área total, em m^2, vale: (Dado: a + b + c = 22m).

a) 120 b) 148 c) 152 d) 188 e) 204

TÓPICO: GEOMETRIA ESPACIAL

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

A Maior distância entre dois vértices mede a diagonal deste paralelepípedo dado por:

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\left(6\sqrt{5}\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 180$$

A área total de um paralelepípedo é dado por:

A_t = 2.(ab + ac + bc)

Sabemos que $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2.(ab + ac + bc)$

$180 = (22)^2 - At$

$A_t = 304m^2$

$A_t /2 = 152m^2$

14. RESPOSTA C

14. Um hexágono regular de lado igual a 8cm está inscrito na base de um cone de revolução de volume igual a $128\pi cm^3$. A razão entre a área total do cone e a área total de um cilindro, com o mesmo volume e a mesma base do cone, é de:

a) 0,3 b) 0,6 c) 0,9 d) 0,27 e) 0,36

TÓPICO: GEOMETRIA ESPACIAL

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

Hexágono inscrito: $\ell = R_{cone}$ = 8cm

Cone

$$V_{cone} = \frac{1}{3} A_{base} \times H$$

$$128\pi = \frac{1}{3}.\pi R_{cone}{}^2 \times H$$

$$128\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times (8)^2 \times H$$

$$H = 6cm$$

$$A_{total\ \ cone} = A_{base} + A_{lateral}$$

$$A_{total\ \ cone} = \pi R_{cone}{}^2 + \pi R_{cone}\, g$$

$$g^2 = H^2 + R_{cone}{}^2$$

$$g^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$g = 10cm$$

$$A_{total\ \ cone} = \pi(8)^2 + \pi \times 8 \times 10 = 144\pi cm^2$$

Cilindro

$$V_{cilindro} = Abase \times Hcil$$

$$128\pi = 64\pi \times Hcil$$

$$Hcil. = 2cm$$

$$A_{total\ \ cilindro} = \mathrm{A}_{\mathrm{lateral}} + 2.\mathrm{A}_{\mathrm{base}}$$

$$A_{total\ \ cilindro} = 2\pi RH + 2.\pi R^2$$

$$A_{total\ \ cilindro} = 2\pi \times 8 \times 2 + 2 \times (64\pi) = 160\pi cm^2$$

$$\frac{A_{total\ cone}}{\mathrm{A}_{\mathrm{total\ cilindro}}} = \frac{144\pi}{160\pi} = 0{,}90$$

15. RESPOSTA E

15. Sejam p e q números reais, tais que $\frac{(p+q)^{-1}.(q^{-2} - p^{-2})}{p^{-2}.q^{-2}}$,

p ≠ - q e p · q ≠ 0, a expressão é equivalente a:

a) $p^{-1} + q^{-1}$ b) pq c) p + q d) $p^{-1} + q^{-2}\cdot p$ e) p – q

TÓPICO: ÁLGEBRA

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$$\frac{(p+q)^{-1}.(q^{-2} - p^{-2})}{p^{-2}.q^{-2}} = \frac{\frac{1}{(p+q)}.\left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2}\right)}{\frac{1}{p^2.q^2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{(p+q)}.\left(\frac{p^2 - q^2}{p^2q^2}\right)}{\frac{1}{p^2.q^2}} = \frac{\frac{1}{\cancel{(p+q)}}.\left[\frac{\cancel{(p+q)}.(p-q)}{\cancel{p^2.q^2}}\right]}{\frac{1}{\cancel{p^2.q^2}}} = p - q$$

16. RESPOSTA A

Um projétil é lançado de baixo para cima e a sua trajetória descreve uma curva plana de equação $h = 27t - 3t^2$, onde h é a altura em cada momento, em função do tempo. Sabendo que h está em quilômetros e t em minutos, qual será a altura máxima atingida por esse projétil?

a) 6,075 x 10 km b) 6,75 x 10 km c) 60,75 x 10 km

d) 67,5 x 10 km e) 675 x 10 km

TÓPICO: FUNÇÃO DO 2º GRAU

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$h = 27t - 3t^2$

$a = -3 / b = 27 / c = 0$

$H_{máx} = y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(27)^2 - 4.(-3).(0)}{4.(-3)} = \frac{729}{12} = 60{,}75Km = 6{,}075 \times 10Km$

17. RESPOSTA D

17. Se {a, b, c} é o conjunto solução da equação $x^3 - 13x^2 + 47x - 60 = 0$, qual o valor de $a^2 + b^2 + c^2$?

a) 263 b) 240 c) 169 d) 75 e) 26

TÓPICO: EQUAÇÕES POLINOMIAIS

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$a^2 + b^2 + c^2$ **= (a + b + c)^2 – 2.(ab + ac + bc)**

$$a^2 + b^2 + c^2 = \left(-\frac{13}{1}\right)^2 - 2\left(\frac{47}{1}\right)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 75$$

18. RESPOSTA C

18. Sejam os números complexos z tais que $\frac{1}{3}|Z| = |\overline{Z+1}|$. O lugar geométricos das imagens desses números complexos é uma:

a) parábola

b) reta

c) circunferência de raio 3/8

d) circunferência de raio 3/2

e) hipérbole

TÓPICO: COMPLEXOS e GEOMETRIA ANALÍTICA

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

Na forma algébrica, temos: Z = a + bi

Conjugado: $\overline{Z} = a - bi$

Módulo: $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\frac{1}{3}|Z| = |\overline{Z+1}|$$

$$|a + bi| = 3|\overline{a + bi + 1}|$$

$$|a + bi| = 3|\overline{a + 1 + bi}|$$

$$|a + bi| = |\overline{3a + 3bi + 3}|$$

$$|a + bi| = 3|\overline{a + 1 + bi}|$$

Pela equação: $|a + bi| = |\overline{3a + 3 + bi}|$

$$|a + bi| = |\overline{3a + 3bi + 3}|$$

$$|a + bi| = |\overline{3a + 3 + 3bi}|$$

$$|a + bi| = |3a + 3 - 3bi|$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(3a + 3)^2 + (-3b)^2}$$

$$a^2 + b^2 + \frac{18}{8}a + \frac{0}{8}b + \frac{9}{8} = 0$$

Cálculo do centro da circunferência: C(x1, y1)

$-2x_1 = 18/8 \rightarrow x_1 = -9/8$

$-2y_1 = 0/8 \rightarrow y_1 = 0$

Cálculo do raio:

$x_1^2 + y_1^2 - R^2 = 9/8$

R = 3/8

19. RESPOSTA B

19. O conjunto solução da inequação $\frac{1+x}{1-x} \geq 1$ é:

a) [0, + ∞]

b) [0, 1)

c) (1, + ∞)

d) [0, 1]

e) (-∞, 0] ∪ (1, + ∞)

TÓPICO: Inequação Quociente

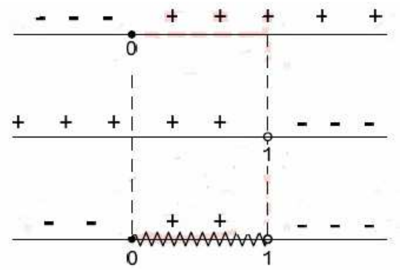
Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$$\frac{1+x}{1-x} \geq 1$$

$$\frac{1+x}{1-x} - 1 \geq 0$$

$$\frac{1+x-1(1-x)}{1-x} \geq 0$$

$$\frac{2x}{1-x} \geq 0$$



2x = 0 ⟶ x = 0

1 - x = 0 ⟶ x = 1 (sempre aberto para o denominador!)

Solução: **S = [0, 1)**

20. RESPOSTA B

Sejam x, y e z números reais positivos onde x + y = 1 – z, e sabendo-se que existem ângulos α e β onde $x = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta$ e $y = \cos^2\alpha \cdot \text{sen}^2\beta$, é correto afirmar que o valor mínimo da expressão $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} - 2\sqrt{2}.\frac{z}{x+y}$ é

a) 6 b) $6 + 2\sqrt{2}$ c) 12 d) $9 + 2\sqrt{2}$ e) $12 + 2\sqrt{2}$

TÓPICO: TRIGONOMETRIA

Professor: Waldomário Melo – Marca forte da Matemática

$$x = \cos^2\alpha.\cos^2\beta$$

$$y = \cos^2\alpha.sen^2\beta$$

$$x + y = \cos^2\alpha$$

$$x + y = 1 - z$$

$$\cos^2\alpha.\cos^2\beta + \cos^2\alpha.sen^2\beta = 1 - z$$

$$z = sen^2\alpha$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} - 2\sqrt{2}.\frac{z}{x+y} = \frac{1}{\cos^2\alpha.\cos^2\beta} + \frac{2}{\cos^2\alpha.sen^2\beta} +$$

$$\frac{3}{sen^2\alpha} - 2\sqrt{2}.\frac{sen^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}.\left[\frac{1}{\cos^2\beta} + \frac{2}{sen^2\beta}\right] - 2\sqrt{2}tg^2\alpha$$

Observe que:

$$\frac{1}{\cos^2\beta} + \frac{2}{sen^2\beta} = \sec^2\beta + 2\cos\sec^2\beta = 1 + tg^2\beta + 2(\cot g^2\beta + 1)$$

$$\frac{1}{\cos^2\beta} + \frac{2}{sen^2\beta} = 3 + tg^2\beta + 2\cot g^2\beta \geq 3 + 2\sqrt{tg^2\beta.2\cot g^2\beta}$$

$$\frac{1}{\cos^2\beta} + \frac{2}{sen^2\beta} \geq 3 + 2\sqrt{2}$$

$$f(\alpha,\beta) \geq \left(\frac{3}{\cos^2\alpha}+\frac{3}{\text{sen}^2\alpha}\right)-2\sqrt{2}(\sec^2\alpha-\text{tg}^2\alpha) \Rightarrow$$

$$f(\alpha,\beta) \geq 3\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\text{sen}^2\alpha}\right)+2\sqrt{2}(\text{tg}^2\alpha+1-\text{tg}^2\alpha) \Rightarrow$$

$$f(\alpha,\beta) \geq 3\left(\frac{\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\cos^2\alpha}\right)+2\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$f(\alpha,\beta) \geq \frac{3}{\left(\frac{\text{sen}^2\beta}{2}\right)}+2\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$f(\alpha,\beta) \geq \frac{3}{\frac{\text{sen}^2 2\beta}{4}}+2\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$f(\alpha,\beta) \geq \frac{12}{\text{sen}^2 2\beta}+2\sqrt{2} \geq 12+2\sqrt{2}$$

Logo

$f(\alpha,\beta) \geq 12+2\sqrt{2}$,

portanto o valor mínimo é igual $12+2\sqrt{2}$

Boa sorte!